

# Massive MIMO 中的波束算法 及方案研究

## Research on Beam Algorithms and Solutions in Massive MIMO

张宇策<sup>1</sup>,张 果<sup>2</sup>,陈佳丽<sup>2</sup>(1. 北京西伯尔联合网络信息技术有限公司,北京 101199;2. 北京电信规划设计院有限公司,北京 100048)

Zhang Yuce<sup>1</sup>,Zhang Guo<sup>2</sup>,Chen Jiali<sup>2</sup>(1. Beijing Xiboer United Network Information Technology Co.,Ltd.,Beijing 101199,China;2. Beijing Telecom Planning & Designing Institute Co.,Ltd.,Beijing 100048,China)

### 摘 要:

研究了 Massive MIMO 中的预编码算法,对 ZF、MMSE 和 SVD 3 种线性预编码算法进行了公式推导和仿真对比,并对 5G 中的上下行参考信号及其功能进行了简要介绍。随后对 5G 中的波束赋形方案进行了研究,包括 5G 下行参考信号工作原理及流程,并对单流、双流和多流 3 种波束赋形方案的性能进行了仿真分析。

### 关键词:

5G; 预编码; 参考信号; 波束赋形

doi:10.12045/j.issn.1007-3043.2021.08.009

文章编号:1007-3043(2021)08-0043-08

中图分类号:TN929.5

文献标识码:A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



### Abstract:

The precoding algorithm in Massive MIMO is studied. The three linear precoding algorithms ZF, MMSE and SVD are deduced and simulated, and the uplink and downlink reference signals and their functions in 5G are briefly introduced. Then the beam-forming scheme in 5G is studied, including the working principle and flow of 5G downlink reference signal, and the performance of three beamforming schemes, single stream, dual stream and multi stream, is simulated and analyzed.

### Keywords:

5G; Precoding; Reference signal; Beamforming

**引用格式:**张宇策,张果,陈佳丽. Massive MIMO 中的波束算法及方案研究[J]. 邮电设计技术, 2021(8): 43-50.

## 1 概述

2010 年贝尔实验室的 Thomas 首次提出了大规模天线阵列的观点:基站使用大规模天线阵列构成的通信系统理论上能够大幅度增加整个传输系统的容量,由此开创了对大规模 MIMO 技术的研究<sup>[1]</sup>。2011 年 Hoydis J 等人研究了 Massive MIMO 系统中天线个数对系统性能的影响<sup>[2]</sup>。2013 年 Rusek, Fredrik 等人对大规模阵列天线中互耦对信道容量的影响进行了研究,并提出了相应的发送和接收方案<sup>[3]</sup>。Larsson E G 从能

效、频谱效率和可靠性等方面对 Massive MIMO 系统进行了分析,并指出 Massive MIMO 将是未来 5G 发展中的关键技术<sup>[4]</sup>。Hoydis J 等人提出了随着发射端天线远大于基站服务的用户数,多个信道之间将会相互正交。在这种情况下无需增加蜂窝小区数量,终端也无需做出技术方面的改变,使用简单的线性预编码器就可以得到近似理想信道<sup>[5]</sup>。

适用于大规模阵列天线系统的波束赋形技术是学者们近年来研究的主要内容。由于采用大规模有源天线系统(AAS),单个天线阵列中的振子数将达到 128 个以上,带来的天线互耦和用户间干扰(Multi-User Interference, MUI)相较于传统的 MIMO 系统将更加

收稿日期:2021-07-16

严重。预编码(Precoding)是 MIMO 系统中波束赋形的一种实现方式,其通过改变数据流的权重来调整发射信号的相位与幅度,波束之间由于干涉效应中心处相长叠加,边缘处相消而抵消,使波束可以指向特定位置。目前基于硬件计算水平考虑,线性预编码将是长期使用的技术。目前主流的线性预编码技术有迫零(ZF)预编码<sup>[6]</sup>、考虑了一定噪声影响的最小均方误差(MMSE)预编码<sup>[7]</sup>和利用信道自由度的奇异值分解(SVD)预编码<sup>[8]</sup>。非线性预编码由于在发射端采取了迭代与取模等非线性计算方式使计算复杂度较线性预编码更高,但也可以获得最接近于理想信道的信道容量,成为目前的研究热点。传统的非线性预编码技术有脏纸编码(Dirty Paper Coding, DPC)<sup>[9]</sup>及其改进的 THP (Tomlinson-Harashima Precoding)预编码。随着 Massive MIMO 概念的提出,越来越多的学者开始注重于开发复杂度低且保留一定性能的非线性预编码,如 Mohammed S K 和 Larsson E G 于 2013 年设计了适用于大规模阵列天线的恒包络(Constant-Envelope, CE)预编码<sup>[10]</sup>。

## 2 Massive MIMO 中的预编码技术

### 2.1 预编码原理

预编码是波束赋形的一种实现方式。通过对发送信号以一定准则进行信号处理,如完全消除信道间干扰、使接收端的信干噪比提升或者最大化利用信道间的空间增益,经过这种处理后信道将会获得相应方面的增益,即通过对发送信号幅度和相位的调制,在发送天线处使波束形态改变从而指向接收端,获得波束赋形的增益,如图 1 所示。

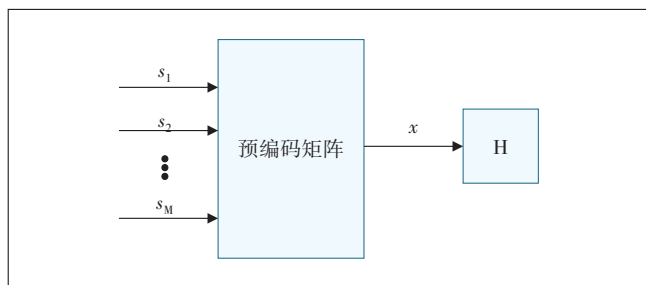


图 1 对发送信号的预编码

图 1 中,  $s$  表示基站为 UE 所配置的发送信号,预编码矩阵  $W$  为一大小与传输层数和 TRx 数有关的矩阵,  $x$  为经过预编码处理后的发送信号,  $H$  为信道矩阵,  $p$  为基站的平均发射功率。此时有:

$$\mathbf{x} = \sqrt{p} \mathbf{W} \mathbf{s} \quad (1)$$

假设为一单小区多用户系统,小区内存在  $k$  个 UE 等待基站服务,则第  $k$  个 UE 所接收到的信号可以表示如下:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} = \sqrt{p} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{n}_k \quad (2)$$

其中  $n_k$  为用户间干扰、信道间干扰以及信道本身所带来的噪声。

### 2.2 线性预编码算法

#### 2.2.1 迫零(ZF)预编码

ZF<sup>[6]</sup>预编码的主要目的是完全消除信道之间的干扰,即单个 UE 收到的信号不包含基站发送给其他 UE 信号带来的干扰。其对发射信号的具体处理方法如下:

$$\mathbf{W} = \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1} \quad (3)$$

式中:

$\mathbf{H}^H$ ——矩阵的共轭转置

将式(3)带入  $\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n}$  有:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{s} + \mathbf{n} = \mathbf{H} \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (4)$$

此时  $\mathbf{H} \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1}$  结果为一单位矩阵,即发送信号  $s$  经过该信道后都只发送至对应的 UE,  $H$  的各个子信道之间没有任何干扰。在 ZF 预编码处理之后,信道矩阵可以等同于理想的传输信道矩阵。同时为了使发送端的发送总功率恒定,引入一个归一化因子  $\beta$ :

$$\beta = \frac{K}{\sqrt{\text{trace}((\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1})}} \quad (5)$$

$\text{trace}(\cdot)$  表示矩阵的迹,此时 ZF 预编码矩阵  $W$  如下:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{\beta} \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1} \quad (6)$$

引入归一化因子后第  $k$  个 UE 接收到的信号:

$$\mathbf{y}_k = \frac{1}{\beta} \mathbf{s}_k + \mathbf{n}_k \quad (7)$$

由此可见 UE 接收到的信号被成功解耦,UE 处只需要提取下行信道状态信息中的信道矩阵  $H$  就能正确提取出原始数据。

#### 2.2.2 最小均方误差(MMSE)预编码

MMSE 预编码<sup>[7]</sup>在迫零基础之上考虑了噪声所带来的影响,具体操作如下:

$$\mathbf{W} = \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \alpha \mathbf{I})^{-1} \quad (8)$$

如式(8)所示,MMSE预编码与ZF预编码的区别为在求逆操作之前加上一个考虑了噪声影响的加权单位阵,在以最小接收信号和发送信号的均方误差为准则时, $\alpha = \frac{K}{P_s}$ ,其中 $P_s = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}$ ,即发射信号 $s$ 功率与噪声功率的比值。同时MMSE预编码也需要引入一个归一化因子 $\beta$ :

$$\beta = \sqrt{\frac{K}{\text{trace}((WW^H)^{-1})}} \quad (9)$$

此处的归一化因子与ZF预编码中稍有不同,根式中分母使用 $(WW^H)^{-1}$ 的迹,在消除信道间干扰的同时减弱了噪声带来的影响,将预编码处理时对噪声功率的控制作为基站发送端总功率恒定的参考标准之一。经过预编码处理后第 $k$ 个UE的接收信号如下:

$$y_k = \frac{1}{\beta} H_k H_k^H (H_k H_k^H + \alpha I)^{-1} s_k + n_k \quad (10)$$

此时UE所接收到的信号为原始信号混合一定串扰后的信号,即不能做到像ZF预编码完全消除信道间干扰,但是会对噪声进行抑制,增加接收端的SINR。

### 2.2.3 奇异值分解(SVD)预编码

SVD预编码<sup>[8]</sup>额外利用了MIMO系统所带来的多路复用增益,可以将信道转化为多个独立的并行子信道来最大化利用信道自由度。

直接对信道矩阵 $H$ 进行奇异值分解:

$$H = U \Sigma V^H \quad (11)$$

式中:

$H$ ——大小为 $M \times K$ 的信道矩阵

$U$ —— $M \times M$ 的西矩阵

$V$ —— $K \times K$ 的西矩阵

$M$ 为基站处的发射天线数, $K$ 为UE端总接收天线

数。 $\Sigma$ 为大小 $M \times K$ 的半正定矩阵,对角元素大于0,非对角元素值为0, $\Sigma$ 的对角元素是信道矩阵 $H$ 的奇异值,即可以描述 $H$ 的特征信息。对角线元素的平方可以描述 $HH^H$ 其特征信息。通过奇异值分解可以将信道矩阵降维并简化UE端的接收处理。

令预编码矩阵 $W = V$ ,由于 $V$ 具有酉矩阵特性,即 $VV^H = E$ ,即预编码处理后的接收信号如下:

$$y = U \Sigma s + n \quad (12)$$

此时,需要在UE侧对信号进行预均衡:

$$y' = U^H y = U^H U \Sigma s + U^H n \quad (13)$$

在这里再次利用了 $U$ 的酉矩阵特性,即在进行信号处理时不会改变信号本身的特性。经过预均衡处理后的接收信号只包含了奇异值矩阵 $\Sigma$ ,相当于 $s$ 在多个并行的子信道之上传输,达到了消除干扰的目的。

### 2.3 仿真与分析

本节对2.2节介绍的几种线性预编码通过Matlab进行仿真与分析,具体流程如图2所示。

首先根据UE数和每UE流数生成随机发射数据组成的矩阵,并进行QPSK调制。之后根据基站发射天线数、UE数和UE处接收天线数生成瑞利衰落信道,并根据信道矩阵计算预编码矩阵。然后对调制信号进行预编码操作,并让其通过加上高斯白噪声的瑞利衰落信道。经过信道传输后,UE根据采用的预编码算法进行相干检测(SVD预编码在接收端的检测所用参数是由对信道矩阵进行SVD分解后获得的),解调后得到接收信号,与原始发送信号进行比对可以计算得到误码率,并对整个系统的容量进行记录。至此模拟了一次预编码流程,进入下一次循环,循环多次后对速率与误码率取平均值减小误差。

如图3所示,ZF预编码在对抗干扰时忽略了噪声,低信噪比的情况下将噪声放大,误码率明显更高,

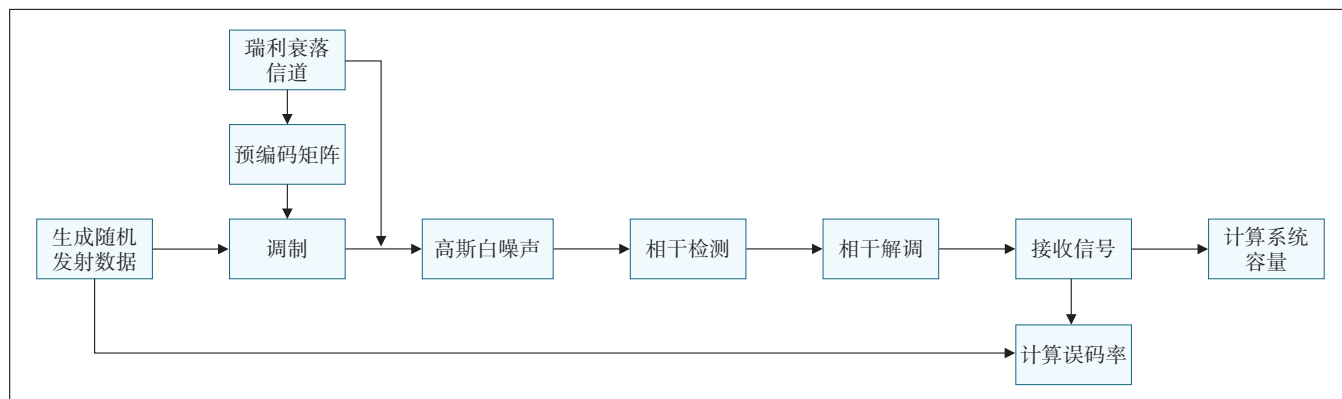


图2 预编码仿真流程

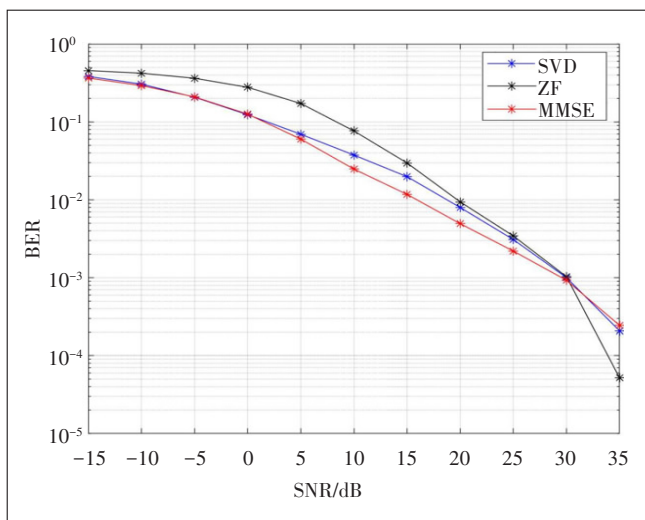


图3 基站8天线、4UE、每UE 2天线2流时误码率随信噪比变化

随着信噪比升高,噪声对接收信号的影响减小,误码率逐渐降低。而MMSE预编码由于有意地控制了噪声对接收信号的干扰,在低信噪比的情况下误码率要低于ZF预编码,但是在高信噪比的情况下对噪声多余的处理产生串扰,导致MMSE预编码的性能下降。SVD预编码相较ZF预编码与MMSE预编码采取了折中的方式,因此误码率在低信噪比的情况下优于ZF预编码而差于MMSE预编码。高信噪比情况下优于MMSE预编码而差于ZF预编码。

如图4所示,在低信噪比时采用MMSE预编码的系统容量要整体优于ZF预编码。当信道环境逐渐改善时,采用ZF预编码的系统容量逐渐与采用MMSE预编码的系统相当。SVD预编码可以额外利用多信道通

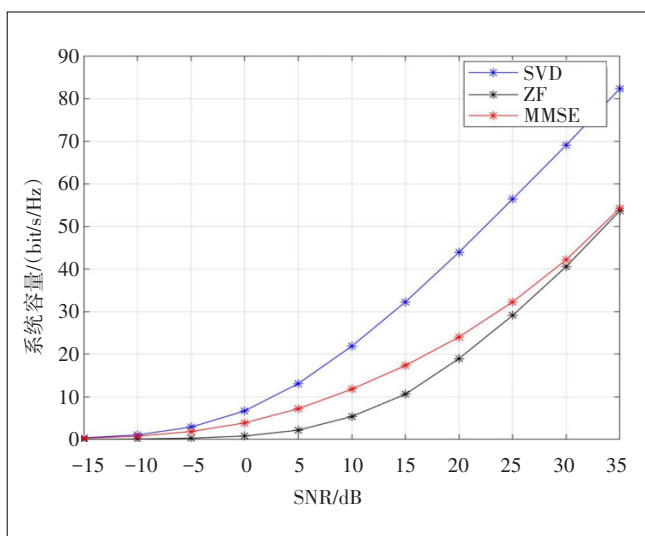


图4 基站8天线、4UE、每UE 2天线2流时系统容量随信噪比变化

信时的自由度,最大化利用多信道带来的增益,系统容量相比其他2种预编码更高。

如图5和图6所示,将信噪比大小设置为5 dB,发射天线数从8个开始增加至16、32、64、128,可以看到随着发射天线数的增加,子信道之间逐渐趋于正交,3种预编码的误码率都大幅降低,在发射端增加至64根天线时已经没有误码。说明当有限UE和低SNR时,可以增加发射天线的数量以抵抗由噪声引起的干扰。系统容量方面仍然是SVD预编码更好。

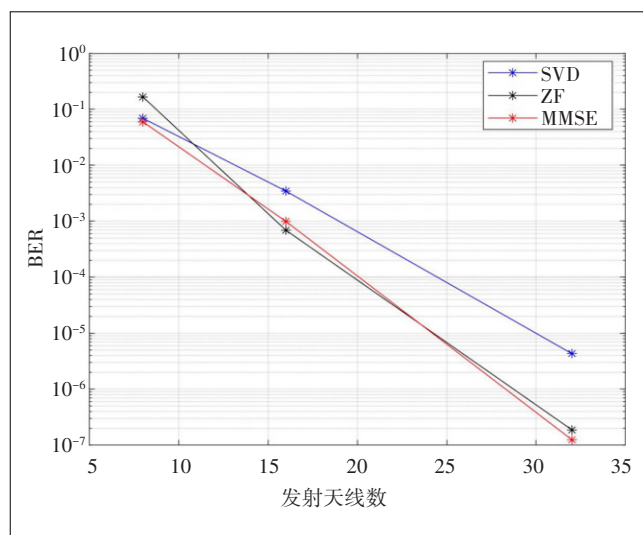


图5 误码率随发射天线数变化,4UE、每UE2天线

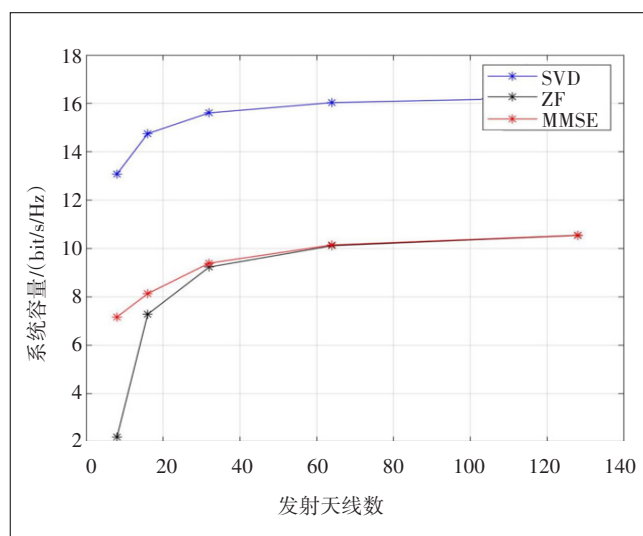


图6 系统容量随发射天线数变化,4UE、每UE2天线

如图7所示,当UE数量随发射天线数逐渐增加时(分别为2UE、4UE、8UE、16UE和32UE),由于SVD预编码充分利用了多信道自由度的增益,采用SVD预编



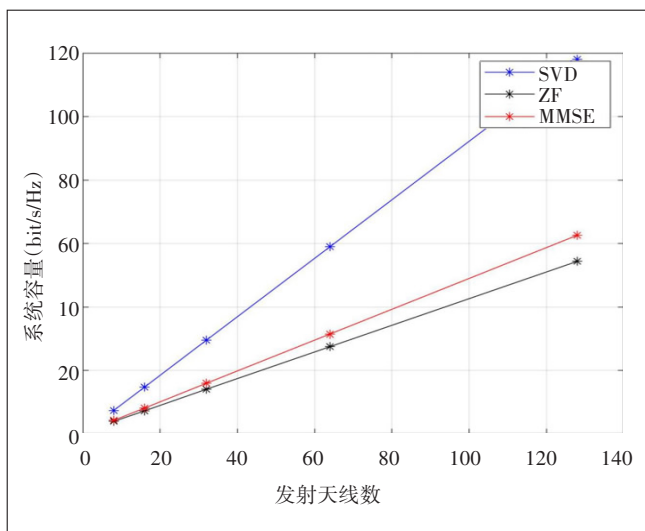


图7 系统容量随天线数变化,UE成比例增加

码的系统所能达到的系统容量是ZF与MMSE预编码的2倍以上。

综上,SVD预编码的表现在三者之中最好,可以利用多信道传输本身的特性获得最优的性能。并且在信道矩阵维度很大时,ZF与MMSE预编码需要在UE端进行很大计算量的信号检测,加大了UE端的计算负担,而SVD预编码在检测时只需要简单地将接收信号与信道奇异值分解后得到的酉矩阵相乘即可。

### 3 5G系统中的波束赋形方案研究

#### 3.1 建立连接

5G系统中,基站与UE通过参考信号来获得上下行链路的信道环境,从而进行预编码,调整发送信号的幅度、相位和功率来实现波束赋形。不同的参考信号对应了不同的天线逻辑端口,5G下行参考信号中为DM-RS分配的逻辑端口为1000~1011共12个端口,为CSI-RS分配的端口为3000~3031共32个<sup>[11-14]</sup>。

如图8所示,由于DM-RS端口的数量与CSI-RS的端口数量不一致,想要将传输数据与其信道状态信

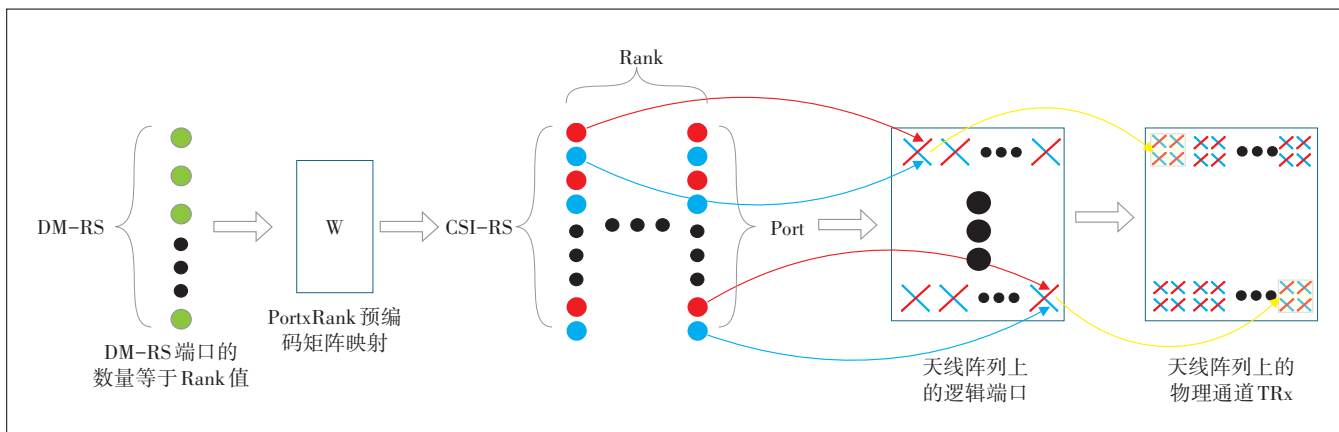


图8 DM-RS与CSI-RS的映射关系

息对应需要进行映射。

#### 3.2 单流波束赋形

如图9所示,由于是单流传输,因此对应的DMRS端口只有1个,相应的传输层数和码字数、传输块数都为1。单个逻辑端口被映射到相同极化角度的TRx

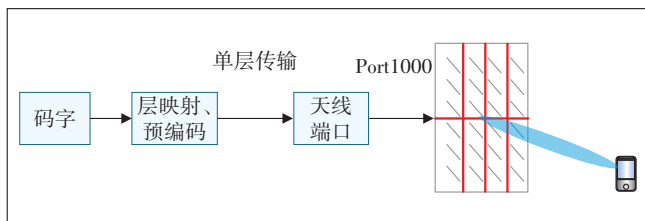


图9 单流波束赋形

上,由于是在三维对波束进行赋形,水平与垂直方向上的TRx必须大于1,具体的TRx数根据UE反馈回的CSI进行分配。相同的数据通过多个TRx同时发送至UE,实现了传输分集,提高了信号的传输质量。

#### 3.3 双流波束赋形

如图10所示,单个码字映射到2个传输层,对应了2个独立的数据流,再经过预编码映射至逻辑端口1000与1001。双流波束赋形能够通过空间区分相同的频带,并且可以同时发送2个数据流,即实现空分复用。不同端口上的数据利用了双极化天线的波束正交性,不同极化角度的天线之间可以视为非相关。并且DM-RS端口之间通过不同的正交覆盖码(Orthog-

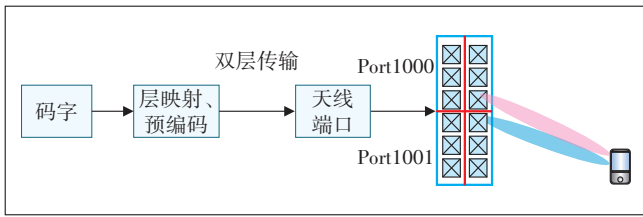


图 10 单 UE 双流波束赋形

nal Cover Code, OCC)进行定义,使 UE 可以对不同端口上传输的数据进行区分,防止了波束重叠对 UE 解调数据的干扰,如图 11 所示。

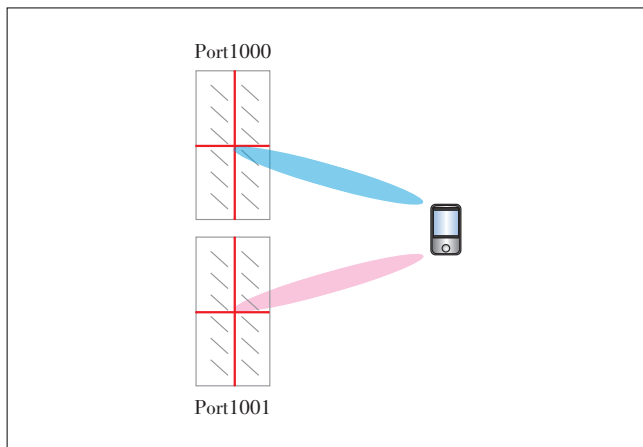


图 11 双流波束赋形端口与 TRx 之间的对应

相比单流波束赋形,双流波束赋形利用了同频段下的空间增益,下行传输可以获得更高的传输速率。

### 3.4 多流波束赋形

如图 12 所示,多流波束赋形的目的是在同一时间内对多个 UE 进行通信。以同时通信 2 个 UE,每 UE 双流的情况为例,每个 UE 分配单个码字,由于是双流传输,因此每个 UE 的码字都被映射到 2 个传输层上,通过预编码再映射到 2 个逻辑端口。不同 UE 的相同传输层被映射至同一个逻辑端口,相同 UE 的不同传输层被映射至不同的逻辑端口。不同端口上的数据可

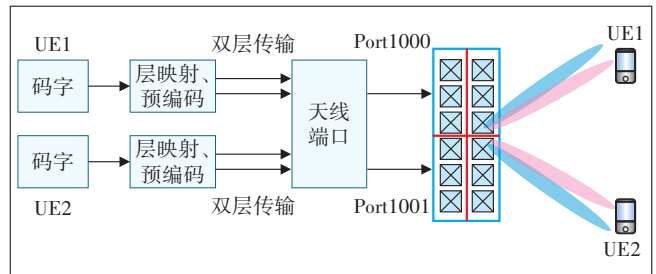


图 12 2 个 UE 多流波束赋形

以通过 OCC 进行区分,但是在这种方式下会使不同 UE 的数据同时经过一个逻辑端口而无法区分,因此单个端口的不同 UE 数据通过一个 1 bit 的扰码标识(SCID)分别定义,  $n_{\text{SCID}} = 0, 1$ , 即一个逻辑端口可以复用 2 个 UE。与双流波束赋形类似,多流波束赋形也是根据通道的极化角度分配逻辑端口,如图 13 所示。

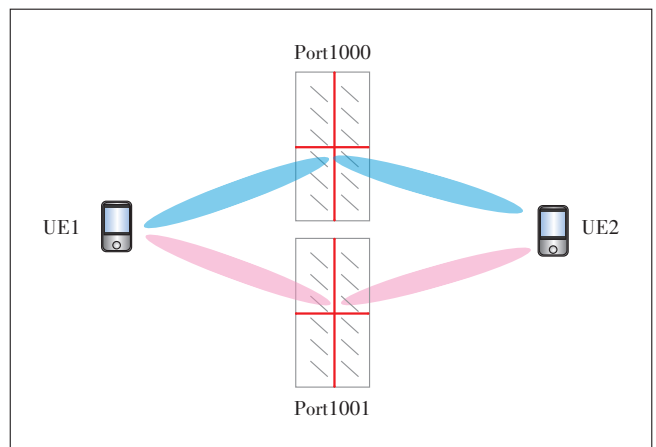


图 13 多流波束赋形端口与 TRx 之间的对应

多流波束赋形在实现 MU-MIMO 的同时,还为单个 UE 实现了空分复用,因此相比单流和双流波束赋形,其能为基站的下行传输带来更多的吞吐量。

### 3.5 仿真与分析

具体仿真流程如图 14 所示,首先频域以子载波(子载波间隔 30 MHz),时域以 OFDM 符号为单位生成

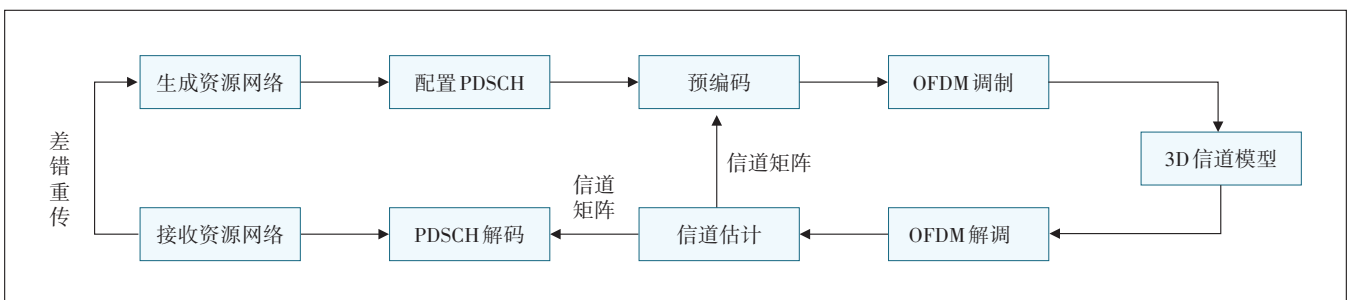


图 14 仿真流程

资源元素(RE),即初始信号。资源网格由RE组成,时域对应一个子帧,同一时域内的12个RE构成一个资源块(RB),多个RB调度、组合、16QAM调制编码后成为分配给UE的TB。之后对PDSCH进行配置,具体包括TB到CW的处理、传输层数配置、DM-RS端口分配及DM-RS在RE上的映射。接下来根据对下行信道的信道估计获得下行信道矩阵,进行预编码矩阵的计算,使用SVD预编码。经OFDM调制后在3D信道模型中传输,选用的是簇延迟线(Clustered Delay Line, CDL)信道模型<sup>[15]</sup>,并附加高斯白噪声。

在接收端对数据进行OFDM解调,并通过对下行信道的信道估计和与数据一同传输的DM-RS来对PDSCH进行解码,恢复出接收到的CW。再对CW进行解码得到初始信号,并返回用于计算吞吐量的循环冗余校验码(Cyclic Redundancy Check, CRC)错误数。通过CRC比对判断接收到的信号是否与初始信号相同,如果不相同则会保留正确的部分并向基站请求重新发送数据,基站收到反馈将错误部分重新发送直到UE端的接收信号与初始信号一致并生成新的初始信号向UE发送。如果经过一定次数的重传后UE仍没有得到接收信号则放弃重传,同样生成新的初始信号向UE发送。

图15和图16模拟了各波束赋形方案下100帧的下行链路吞吐量(%)与吞吐量(Mbit/s)随信噪比变化的曲线。其中基站发射通道设置为8个,单流波束赋形方案中服务的UE数为1,DM-RS端口数1;双流波束赋形方案中服务的UE数为1,DM-RS端口数2;多流波束赋形中服务的UE数为2,DM-RS端口数为2。

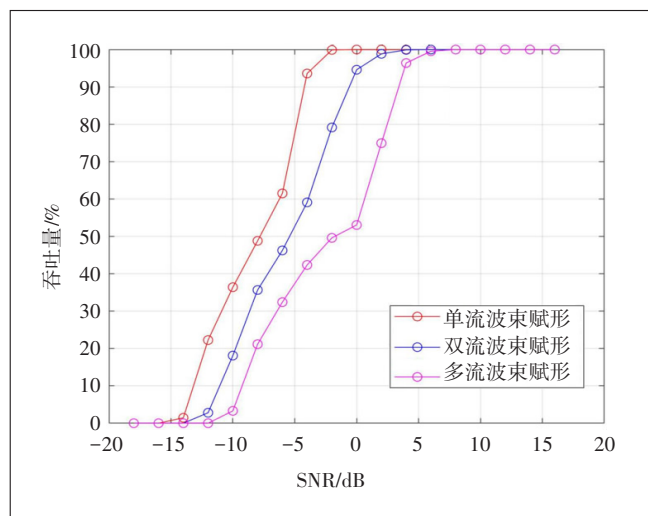


图15 不同SNR下的吞吐量与最高吞吐量比值

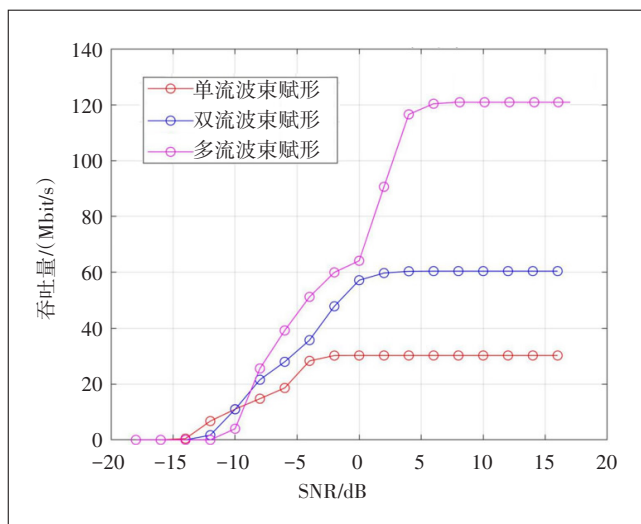


图16 不同SNR下的吞吐量

上述波束赋形方案中UE均有2根天线用于接收。

从图15和图16可以看出,多流波束赋形在高SNR即信道质量良好时拥有最大的下行吞吐量,但是在低SNR情况下性能很差,因为多信道并行传输在信道质量不佳时会带来严重的干扰。而单流波束赋形应用的是传输分集技术,即以传输质量为首要目标,在低SNR的场景也能获得接近于最大吞吐量的性能,保证了信道质量较差时的下行传输速率。双流波束赋形应用了SU-MIMO,相较于另2种方案性能有所折中,最大吞吐量高于单流波束赋形,低SNR情况下性能要高于多流波束赋形。

### 3.6 实测数据分析

5G基站下行最大覆盖距离与天线阵列的通道数有直接关系,因为通道数决定了垂直面波束的覆盖角度,即不同通道数基站下行最大覆盖距离:64TRx>32TRx>16TRx。5G的高频特性使得信号在传输时随距离急剧衰减,因此为不同位置的UE分配合理的波束赋形方案至关重要。

在近场区,UE数量多且信道质量良好,因此应利用多流波束赋形的优势使下行吞吐量达到最大,保证多UE情况下的传输速率。在中场区,信道质量变差,持续采用多流波束赋形反而会导致下行吞吐量降低,此处应以双流波束赋形为主,并且根据实际的CSI动态切换多流/单流波束赋形。采用双流波束赋形虽然降低了基站的总下行吞吐量,但是可以保证单个UE的下行传输速率。在远场区即小区边缘,波束的强度优先级已经超过了传输速率,采用单流波束赋形可以保证在小区边缘的UE也能获得较好的传输速率。

图 17 为 4G/5G 单小区, 单 UE 外场测试下行覆盖对比, 由于为单 UE 测试, 多流波束赋形使用 4 个 DM-RS 端口即 4 流波束赋形。在距基站 600 m 范围内, 信道质量良好, 多流波束赋形使下行吞吐量提升明显。随着 UE 与基站间距离的增大, 信道质量降低, 此时根据信道环境动态采用多流与双流波束赋形维持下行吞吐量的稳定。当 UE 逐渐接近小区边缘时, 较差的信道质量已经不适合继续使用多流波束赋形, 因此根据信道环境动态采用双流与单流波束赋形。在小区边缘时, 信号的稳定性优先级最高, 因此持续采用单流波束赋形直到 UE 脱离该小区覆盖。可以看到采用了 Massive MIMO 技术的 5G 基站下行平均吞吐量在近场区是 4G 的 5 倍左右, 在全覆盖范围是 4G 的 10 倍左右, 下行覆盖范围也要比 4G 更远。Massive MIMO 的高增益与高容量特性使 5G 在多 UE 场景下的下行吞吐量明显优于 4G。

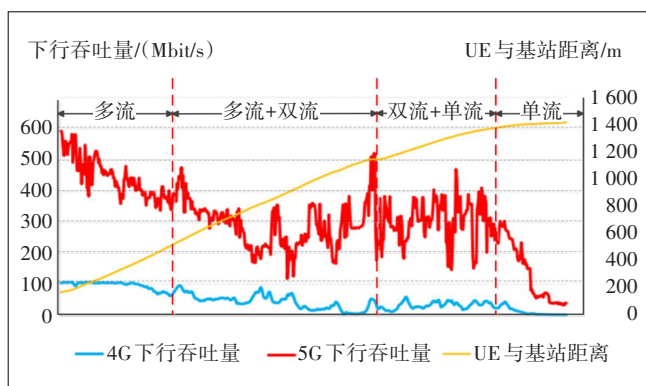


图 17 4G/5G 下行吞吐量对比

#### 4 结束语

本文对预编码的基本原理进行了说明, 随后对 3 种线性预编码进行了研究, 分析了各自的特点。通过建立仿真模型对 3 种线性预编码的性能进行仿真分析, 得出 SVD 预编码的性能相比 ZF、MMSE 更加出色的结论。随后对 5G 中的波束赋形方案进行了研究分析, 对下行参考信号进行了详细研究, 并给出 CSI-RS 与 DM-RS 的工作流程及其映射关系。之后对 3 种波束赋形方案原理进行了详细的说明, 最后建立严谨的仿真模型对 3 种波束赋形方案进行仿真分析, 总结出各自的优势与劣势。

#### 参考文献:

[1] MARZETTA T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited

numbers of base station antennas[J]. IEEE Trans on Wireless Commun, 2010, 9(11): 3590-3600.

[2] HOYDIS J, BRINK S T, Debbah M. Massive MIMO: How many antennas do we need? [C]//Communication, Control, & Computing, 2011.

[3] RUSEK F, D PERSSON, LAU B K, et al. Scaling up MIMO: Opportunities and Challenges with Very Large Arrays[J]. Signal Processing Magazine IEEE, 2012, 30(1): 40-60.

[4] LARSSON E G, EDFORS O, TUFVESSON F, et al. Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(2): 186-195.

[5] HOYDIS J, HOEK C, WILD T, et al. Channel measurements for large antenna arrays [C]//International Symposium on Wireless Communication Systems, 2012.

[6] HOCHWALD B M, PEEL C B, SWINDLEHURST A L. A vector-perturbation technique for near-capacity multi-antenna multiuser communication-part II: perturbation[J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(3): 537-544.

[7] JOHAM M, UTSCHICK W, NOSSEK J A. Linear transmit processing in MIMO communications systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8): 2700-2712.

[8] CHOI L U, MURCH R D. A transmit preprocessing technique for multiuser MIMO systems using a decomposition approach.[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2004, 3(1): 20-24.

[9] COSTA M H M. Writing on dirty paper (Corresp.) [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1983, 29(3): 439-441.

[10] MOHAMMED S K, LARSSON E G. Constant-Envelope Multi-User Precoding for Frequency-Selective Massive MIMO Systems [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2013, 2(5): 547-550.

[11] Study on Elevation Beamforming/Full-Dimension (FD) MIMO for LTE; 3GPP TR 36.897 [S/OL]. [2021-06-15]. [ftp://ftp.3gpp.org/Specs/](http://ftp.3gpp.org/Specs/).

[12] 高秋彬, 孙韶辉. 5G 新空口大规模波束赋形技术研究[J]. 信息通信技术与政策, 2018(11): 7-14.

[13] NR; Multiplexing and channel coding (Release 15): 3GPP TS 38.212 [S/OL]. [2021-06-15]. [ftp://ftp.3gpp.org/Specs/](http://ftp.3gpp.org/Specs/).

[14] NR; Physical channels and modulation (Release 15): 3GPP TS 38.211 [S/OL]. [2021-06-15]. [ftp://ftp.3gpp.org/Specs/](http://ftp.3gpp.org/Specs/).

[15] Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz (Release 15): 3GPP TR 38.901 [S/OL]. [2021-06-15]. [ftp://ftp.3gpp.org/Specs/](http://ftp.3gpp.org/Specs/).

#### 作者简介:

张宇策, 毕业于北京信息科技大学, 学士, 主要从事无线网络大数据分析、规划、室内分布系统设计工作; 张果, 毕业于北京理工大学, 硕士, 主要从事无线网络大数据分析、规划、室内分布系统设计工作; 陈佳丽, 毕业于北京邮电大学, 中级工程师, 硕士, 主要从事无线网络大数据分析、规划设计工作。