

一种基于TDOA二次加权的QWLS定位算法

A QWLS Positioning Algorithm Based on TDOA Quadratic Weighting

刘西西¹,王哲²,张千坤¹,陈任翔³,钟志刚³(1. 中讯邮电咨询设计院有限公司郑州分公司,河南 郑州 450007;2. 中国铁塔股份有限公司广东分公司,广东 广州 510000;3. 中讯邮电咨询设计院有限公司,北京 100048)

Liu Xixi¹,Wang Zhe²,Zhang Qiankun¹,Chen Renxiang³,Zhong Zhigang³(1. China Information Technology Designing & Consulting Institute Co.,Ltd. Zhengzhou Branch,Zhengzhou 450007,China;2. China Tower Co.,Ltd.,Guangdong Branch,Guangzhou 510000,China;3. China Information Technology Designing & Consulting Institute Co.,Ltd.,Beijing 100048,China)

摘要:

目前基于TDOA的定位算法——最小二乘法(Least Square, LS)不管在室内还是室外在定位精度要求不高的情况下具有较好的适用性,但该算法受噪声影响较大,容易导致定位结果发散。基于此发展的加权最小二乘算法(Weighted Least Squares, WLS)可以有效对抗噪声的影响,但定位结果容易陷入局部最优值。基于此,提出一种基于TDOA二次加权的QWLS定位算法,该算法可以大大降低噪声对定位的影响,并获取定位全局最优值,有较好的定位效果。同时探索了不同基站几何布局对不同算法定位精度的影响,通过改善基站几何布局使得QWLS算法有更高的定位精度。

关键词:

双曲线定位;TDOA;GDOP;LS

doi:10.12045/j.issn.1007-3043.2023.09.012

文章编号:1007-3043(2023)09-0063-06

中图分类号:TN929.5

文献标识码:A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Abstract:

At present, the least square method (LS), a TDOA based positioning algorithm, has good applicability in the case of low positioning accuracy requirements, whether indoors or outdoors. However, this algorithm is greatly affected by noise, which easily leads to divergence of positioning results. The weighted least squares algorithm (WLS) developed based on this can effectively resist the influence of noise, but the positioning result is easy to fall into the local optimal value. Based on this, it proposes a QWLS positioning algorithm based on TDOA quadratic weighting. This algorithm can greatly reduce the influence of noise on positioning and obtain the global optimal value of positioning, which has a good positioning effect. At the same time, it explores the impact of different geometric layouts of base stations on the positioning accuracy of different algorithms. By improving the geometric layout of base stations, the QWLS algorithm has higher positioning accuracy.

Keywords:

Hyperbolic positioning; TDOA; GDOP; LS

引用格式:刘西西,王哲,张千坤,等.一种基于TDOA二次加权的QWLS定位算法[J].邮电设计技术,2023(9):63-68.

1 概述

如今定位和导航深刻影响着人类的衣食住行等各个方面,为了减小时钟同步对定位精确度的影响,双曲线定位^[1]发挥了重要作用,该方法利用基站之间的到达时间差(Time Difference of Arrival, TDOA)进行位置解算^[2]。GPS使用到达时间(Time of Arrival,

TOA)进行定位^[3],用户利用已知位置同步时钟确定其相对卫星的位置,需要测量至少4个GPS卫星发送的定时信号的到达时间^[4]。在TDOA中,中央处理器计算3个或多个传感器中的每一个传感器与参考传感器的到达时间差,消除了信号传输过程中的时钟同步。因此,TDOA降低了信号源与各个传感器的时钟同步要求^[5]。

基于TDOA的定位算法有最小二乘(Least Squares, LS)算法^[6]和卡尔曼滤波(Kalman filtering,

收稿日期:2023-07-07

KF)算法等。其中KF算法在非线性过程中应用最广的是扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)算法^[7], EKF算法利用多时刻下的测量值对待测点进行预测更新^[8], 最终迭代出目标位置坐标, 该方法在移动定位场景具有较好的定位性能, 但在静态环境中的定位性能较差。LS算法因其良好的收敛特性应用最为广泛, 但受噪声影响较大, 当测量结果出现较大误差时, LS算法不能对其进行甄别筛选, 从而导致整体定位性能下降。以此为基础的加权最小二乘(Weighted Least Square, WLS)算法可以利用噪声对测量信息进行加权^[9], 有效降低噪声对定位的影响, 从而消除测量误差大的点对整体定位性能的影响, 但WLS算法容易使定位结果陷入局部最优, 不能大幅改善定位性能。

基于此, 本文在LS算法基础上提出一种基于TDOA二次加权的定位算法, 该算法利用噪声信息对测量值进行二次加权, 可以有效对抗噪声对定位的影响, 并解决了WLS算法局部最优问题, 不管是在室内还是室外, 本文所提算法都具有良好的可行性。除此之外, 为了提高算法的定位精度, 本文讨论了基站几何布局对定位的影响, 通过计算几何精度因子(Geometric Dilution of Precision, GDOP)直观地反映基站几何布局的优劣^[10-11], 进一步提高本文定位算法的定位性能。

2 定位算法介绍

2.1 基于TDOA的WLS定位算法

利用多基站对UE进行定位, 现实情况下, 基站几何布局呈多边形分散布局, 该布局下基于TDOA的定位模型具有良好的可行性。目前, 最常用的定位解算方法为最小二乘法。而LS存在定位解算精度不高的问题, 主要原因在于没有考虑环境中的噪声影响。基于此WLS应运而生, WLS基本思想是利用噪声变化对未知测量信息设置权重, 以此减小噪声对测量信息的影响。下面主要介绍基于TDOA的WLS算法。

基站坐标为 (x_i, y_i) , 定位终端的坐标为 $(x, y) = (x_0, y_0)$, 各基站到终端的距离为 r_i , 利用第1个基站作为参考基站, 利用其他基站到UE的链路距离与第1个基站到UE的链路距离作差可得:

$$r_{i1} = r_i - r_1 = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} - \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} \quad (1)$$

对式(1)进行线性化, 移动 r_1 至方程式的左边:

$$r_i^2 = (r_{i1} + r_1)^2 = (x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 \quad (2)$$

展开式(2):

$$r_{i1}^2 + 2r_{i1}r_1 + r_1^2 = x_0^2 - 2x_0x_i + x_i^2 + y_0^2 - 2y_0y_i + y_i^2 = k_i - 2x_0x_i - 2y_0y_i + x_0^2 + y_0^2 \quad (3)$$

其中, $k_i = x_i^2 + y_i^2$ 。

根据式(3)可知:

$$r_i^2 = k_i - 2x_0x_i - 2y_0y_i + x_0^2 + y_0^2 \quad (4)$$

结合式(3)和式(4)有:

$$2r_{i1}r_1 + 2x_0x_{i1} + 2y_0y_{i1} = k_i - k_1 - r_{i1}^2 \quad (5)$$

其中, $x_{i1} = (x_i - x_1), y_{i1} = (y_i - y_1)$ 。

当设置 N 个基站时, 根据式(5)转换成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 2x_{21} & 2y_{21} & 2r_{21} \\ 2x_{31} & 2y_{31} & 2r_{31} \\ \dots & \dots & \dots \\ 2x_{N1} & 2y_{N1} & 2r_{N1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 - k_1 - r_{i1}^2 \\ k_3 - k_1 - r_{31}^2 \\ \dots \\ k_N - k_1 - r_{N1}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

即:

$$GZ = Y \quad (7)$$

综上, 利用LS方法对UE进行定位的结果为:

$$Z = (G^H G)^{-1} G^H Y \quad (8)$$

为了减小环境噪声对定位的影响, 选择WLS方法对测量信息进行加权处理, 权值矩阵可以表示为:

$$W = \text{diag}[w_2, \dots, w_N] \quad (9)$$

WLS方法对UE进行定位的解算结果为:

$$Z = (G^H W G)^{-1} G^H W Y \quad (10)$$

由于WLS仅对测量信息进行一次加权, 该方法得到的终端位置解算结果容易陷入局部最优值, 导致定位精度不高。为此本文提出一种基于TDOA的二次加权定位的QWLS算法, 该算法可以有效提高定位精度。

2.2 基于QWLS定位算法的位置估计过程

假设信号的噪声误差为 e , 对其求协方差可得:

$$\begin{aligned} \text{cov}(e) &= E\{(\Delta Y - \Delta GZ)(\Delta Y - \Delta GZ)^H\} = E[ee^T] = \\ &= E\left\{\begin{bmatrix} 2r_2(n_2 - n_1) \\ \dots \\ 2r_N(n_N - n_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2r_2(n_2 - n_1) \\ \dots \\ 2r_N(n_N - n_1) \end{bmatrix}^T\right\} = \\ &= \begin{bmatrix} 4r_2^2 E(n_2 - n_1)^2 & \dots & 4r_2 r_N E(n_N - n_1)(n_2 - n_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ 4r_2 r_N E(n_2 - n_1)(n_N - n_1) & \dots & 4r_N^2 E(n_N - n_1)^2 \end{bmatrix} \\ &= 4\sigma^2 \begin{bmatrix} 2r_2^2 & \dots & r_2 r_N \\ \dots & \dots & \dots \\ r_2 r_N & \dots & 2r_N^2 \end{bmatrix} \quad (11) \end{aligned}$$

其中, n_i 是基站 i 的测量噪声, $n_i^2 = \sigma^2$, $n_i n_j = 0$,

$i \neq j$ 。

此时,WLS的位置估计结果为:

$$Z = [G^H \text{cov}^{-1}(e)G]^{-1} G^H \text{cov}^{-1}(e)Y \quad (12)$$

根据式(6)和式(12)可得 $Z = (x_0, y_0, r_1)^T$, 另 $Z' = (z_1, z_2, z_3)^T = [(x_0 + \delta_1), (y_0 + \delta_2), (r_1 + \delta_3)]^T$, 联合式(4)可得:

$$z_3^2 = (z_1 - x_1)^2 + (z_2 - y_1)^2 \quad (13)$$

转换成矩阵形式为:

$$Y' = G'Z' \quad (14)$$

其中,

$$Y' = \begin{bmatrix} (z_1 - x_1)^2 \\ (z_2 - y_1)^2 \\ z_3^2 \end{bmatrix}, G' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, Z' = \begin{bmatrix} (x_0 - x_1)^2 \\ (y_0 - y_1)^2 \end{bmatrix}。$$

对式(14)进行解算可得:

$$Z' = [G'^H \text{cov}^{-1}(e')G']^{-1} G'^H \text{cov}^{-1}(e')Y' \quad (15)$$

其中, $\text{cov}(e') = 4D\text{cov}(Z)D, D = \text{diag}(x_0 - x_1, y_0 - y_1, r_1) = \text{diag}(z_1 - x_1, z_2 - y_1, z_3), \text{cov}(Z) = E(\Delta Z \Delta Z^H) = [G^H \text{cov}^{-1}(e)G]^{-1}$ 。

根据式(14)和式(15)可得QWLS算法最终的终端定位结果为:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \sqrt{Z'} + \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

或

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = -\sqrt{Z'} + \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

2.3 基于TDOA的GDOP计算

除了定位算法之外,不同的基站几何布局也会对定位精度产生影响^[12]。双曲线定位算法主要适用于基站分散开(如矩形布站)的几何模型,相对于线性布局,椭圆定位算法定位精度要远远高于双曲线定位算法。所以基站几何布局和定位算法不匹配也会导致定位精度下降。通过计算基站几何布局的GDOP值可以直观地反映出定位模型对定位精度的影响。

根据式(1)可知, r_{i1} 的距离误差会导致终端位置的定位误差。对式(1)进行泰勒展开并对其进行线性化可得^[13]:

$$\Delta r_{i1} = \frac{\partial r_{i1}}{\partial x_0} \Delta x_0 + \frac{\partial r_{i1}}{\partial y_0} \Delta y_0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial r_{i1}}{\partial x_0} = \frac{x_0 - x_i}{r_i} - \frac{x_0 - x_1}{r_1}, \quad \frac{\partial r_{i1}}{\partial y_0} = \frac{y_0 - y_i}{r_i} - \frac{y_0 - y_1}{r_1} \quad (19)$$

将式(19)代入式(18)可得:

$$\Delta r_{i1} = \left(\frac{x_0 - x_i}{r_i} - \frac{x_0 - x_1}{r_1} \right) \Delta x_0 + \left(\frac{y_0 - y_i}{r_i} - \frac{y_0 - y_1}{r_1} \right) \Delta y_0 \quad (20)$$

转换为矩阵形式:

$$H^T \Delta \theta = \Delta r \quad (21)$$

其中,

$$H = \begin{bmatrix} \frac{x_0 - x_2}{r_2} - \frac{x_0 - x_1}{r_1} & \dots & \frac{x_0 - x_N}{r_N} - \frac{x_0 - x_1}{r_1} \\ \frac{y_0 - y_2}{r_2} - \frac{y_0 - y_1}{r_1} & \dots & \frac{y_0 - y_N}{r_N} - \frac{y_0 - y_1}{r_1} \end{bmatrix},$$

$$\Delta \theta = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}, \Delta r = \begin{bmatrix} \Delta r_{21} \\ \Delta r_{31} \\ \dots \\ \Delta r_{N1} \end{bmatrix}。$$

因此QWLS算法的结果为:

$$\Delta \theta = (HQ^{-1}H^T)^{-1}HQ^{-1}\Delta r \quad (22)$$

其中, $Q = \text{diag}(\sigma_r^2, \dots, \sigma_r^2)$ 。

误差协方差矩阵为:

$$\text{cov}(\Delta \theta) = E[\Delta \theta \Delta \theta^T] = (HQ^{-1}H^T)^{-1} \quad (23)$$

综上,基于TDOA的GDOP值为:

$$\text{GDOP} = \frac{\sqrt{\text{tr}[\text{cov}(\Delta \theta)]}}{\sigma_r} = \frac{\sqrt{\text{tr}[\text{cov}(HQ^{-1}H^T)^{-1}]}}{\sigma_r} = \sqrt{\text{tr}[(HH^T)^{-1}]} \quad (24)$$

GDOP值的大小由终端和基站的相对位置决定,反映基站几何布局对终端定位精度的影响,GDOP值越小,定位精度越高。在GPS系统中,通常根据GDOP的值进行选星^[14-15],通过选取具有较小GDOP值的卫星来获得更好的定位效果。

3 仿真实验与结果分析

3.1 仿真场景

本文主要对图1所示基站几何布局进行实验对比分析。图1(a)所示基站布局为:(0 m, 0 m)、(0 m, 6 300 m)、(6 300 m, 6 300 m)、(6 300 m, 0 m)、(3 150 m, 3 150 m)。图1(b)所示基站布局为:(0 m, 2 100 m)、(0 m, 4 200 m)、(6 300 m, 2 100 m)、(6 300 m, 4 200 m)、(3 150 m, 3 150 m)。

3.2 定位误差分析

不同的定位算法会影响定位精度,本文对LS算法、WLS算法以及提出的QWLS算法进行对比分析。图2所示为3种算法的定位误差累积分布。从图2可

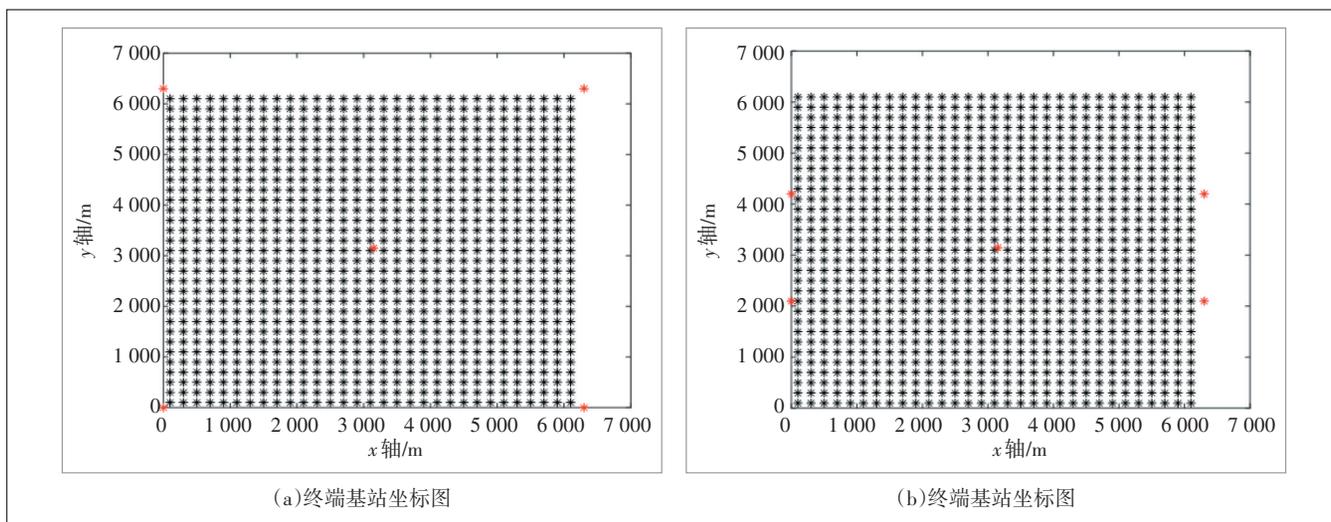


图1 终端基站位置坐标图

可以看出,本文提出定位算法定位精度要高于其他2种算法,主要因为LS算法虽然收敛速度快,但是受噪声影响较大,使得定位结果容易发散。而WLS算法利用噪声对测量信息进行加权处理,可以有效降低噪声对定位精度的影响,但是该算法定位结果容易陷入局部最优,造成一定的定位误差。本文提出的基于二次加权的QWLS算法,利用噪声对测量信息进行2次加权,可以充分消除噪声对定位的影响,从而得到全局最优值。

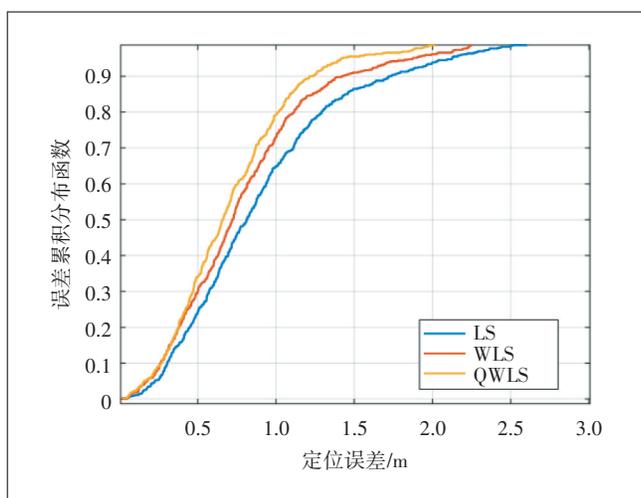


图2 定位误差 CDF

具体的定位误差统计如表1所示,从表1可知,本文所提算法相比于其他2种算法有较好的定位精度。

3.3 基于TDOA的GDOP分析

除了定位算法外,基站几何布局同样会影响定位精度,不同的基站几何布局会造成信号接收的差异

表1 定位算法误差统计

定位算法	50%定位误差/m	70%定位误差/m	90%定位误差/m
LS算法	0.81	1.12	1.72
WLS算法	0.72	0.98	1.49
QWLS算法	0.65	0.87	1.21

性,从而影响信号接收质量以及终端定位精度。GDOP可以直观地反映基站几何布局对定位精度的影响,GDOP值越小,则定位误差越小。

图3所示为图1(a)基站几何布局下定位终端的GDOP曲面图和等线图。从图3可以看出,在该基站几何布局下,GDOP值在整个定位范围内由中心向外逐渐增大,GDOP值越大,终端定位精度越低。该布局下的平均GDOP值为0.91。图4所示为图1(a)基站几何布局对应的定位误差曲面图,由图4可知,该基站几何布局下,终端定位结果波动较小。

图5所示为图1(b)基站几何布局下定位终端的GDOP曲面图和等线图,图6(a)所示为图1(b)基站几何布局下定位终端的定位误差曲面图。联合图6(a)可知,GDOP值较小时,终端定位误差小,终端整体定位结果相较于图4波动较大。图1(b)布局下的平均GDOP值为1.55。图6(b)为图1(b)基站布局下3种算法定位误差累积分布图,表2为图6(b)对应的3种定位算法定位误差CDF值统计。联合表2可知,相对于图1(a)所示的基站几何布局,图1(b)所示的基站布局的GDOP整体较大,导致该布局下终端定位误差较大。综上所述,不同的基站几何布局会对定位精度造成一定影响,不同布局的GDOP值越大,终端定位误差越大,反之越小。

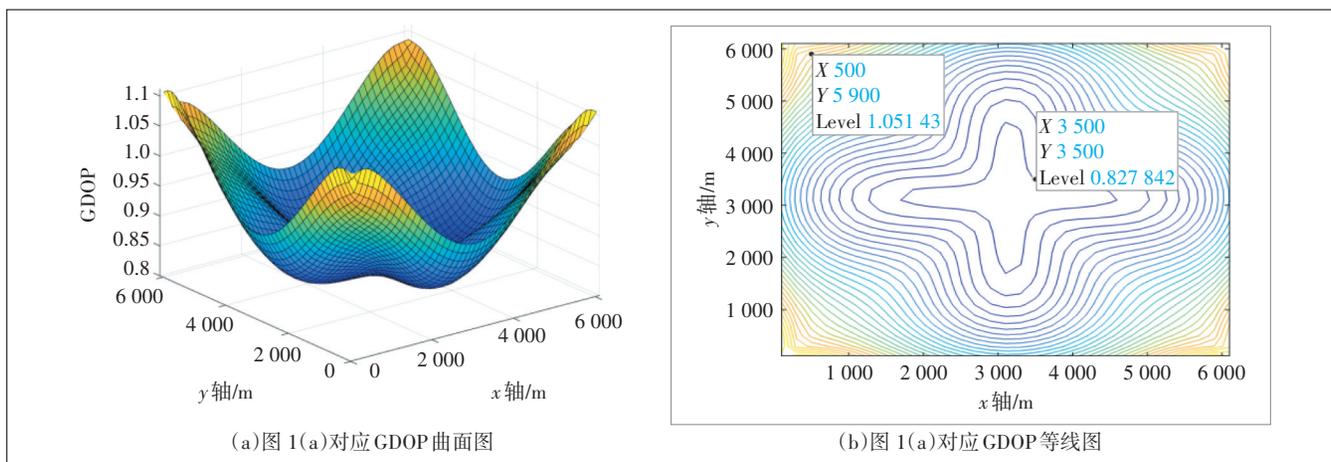


图3 图1(a)基站几何布局下对应的GDOP图

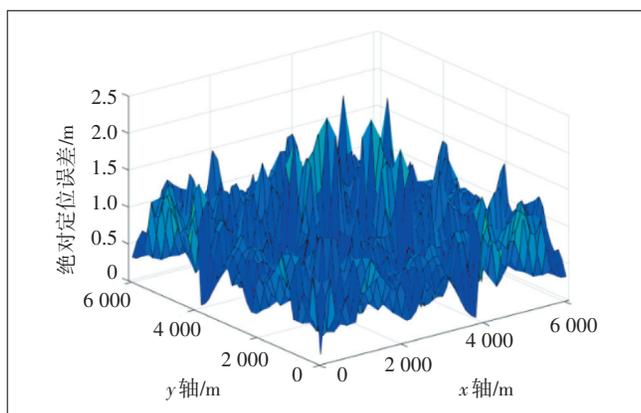


图4 图1(a)基站几何布局下对应终端定位误差曲面图

3.4 定位误差RMSE统计分析

为了充分验证算法的有效性和准确性,本文选取均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)评价指标进行验证, RMSE值越小,表示该算法定位精度越高,定位效果较好。计算方法为:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q (PL_q - PL'_q)^2} \quad (25)$$

其中 PL_q 为测量值, PL'_q 为预测值。表3为3种不同算法定位结果的RMSE值。从表3可以看出,相同的GDOP值,本文所提定位算法相比于其他2种算法RMSE值最小,定位精度最高,再次验证本文所提算法的有效性和准确性。

4 结论

本文提出了一种基于TDOA二次加权的QWLS定位算法。首先对LS算法、WLS算法以及QWLS算法进行了推导,验证其理论可行性;其次通过仿真实验对定位算法进行了对比分析,并对基站几何布局对定位精度的影响进行了实验分析。结果表明,在相同基站几何布局下,本文所提算法的定位精度要高于其他2种算法;对于相同定位算法, GDOP值越小,定位精度

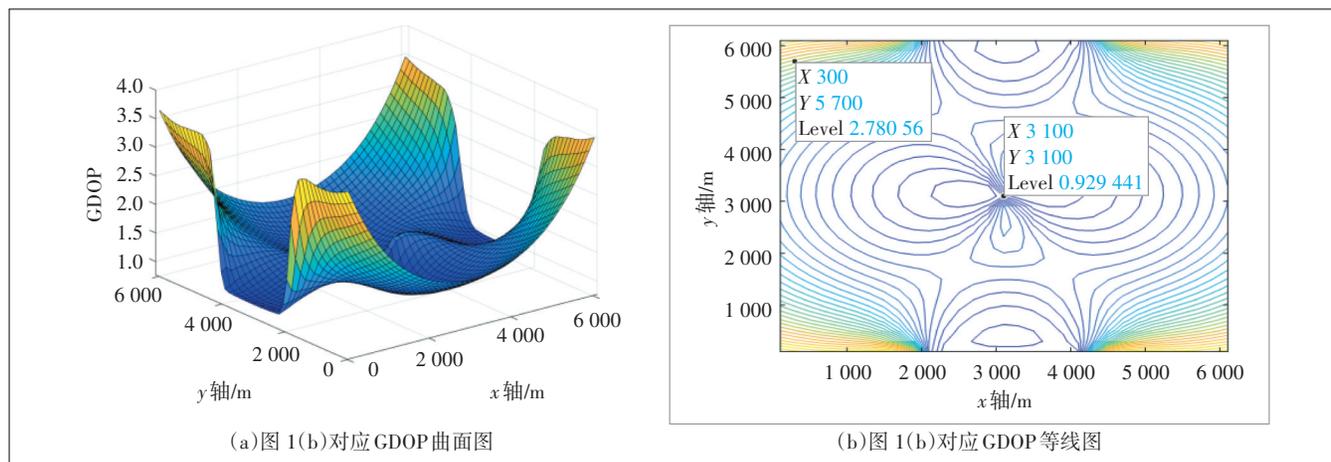


图5 图1(b)基站几何布局下对应GDOP图

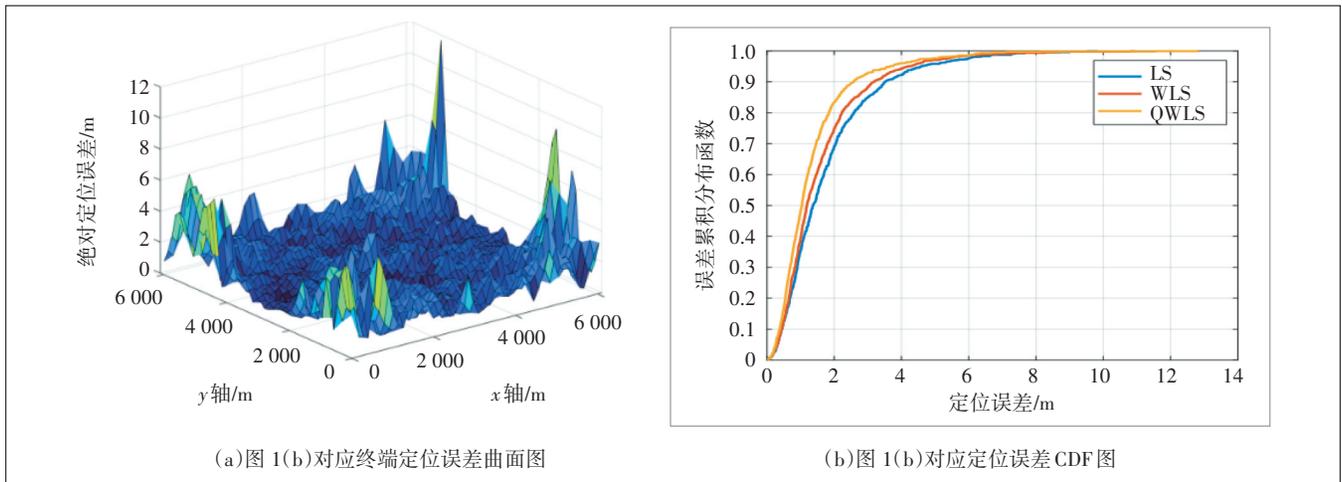


图6 图1(b)基站几何布局下对应定位误差统计图

表2 终端定位误差对比分析

定位算法	50% 定位误差/m		70% 定位误差/m		90% 定位误差/m	
	GDOP=1.55	GDOP=0.91	GDOP=1.55	GDOP=0.91	GDOP=1.55	GDOP=0.91
LS	1.37	0.81	2.04	1.12	3.52	1.72
WLS	1.19	0.72	1.80	0.98	3.17	1.49
QWLS	1.03	0.65	1.46	0.87	2.59	1.21

表3 定位算法RMSE值统计

定位算法	RMSE	
	GDOP=0.91	GDOP=1.55
LS	1.09	2.29
WLS	0.94	2.09
QWLS	0.83	1.81

越高,充分说明选择合适的基站几何布局可以有效提高定位精度。综上,本文所提算法可以改善噪声的影响,从而获得定位结果的全局最优值,有效提高定位精度。

参考文献:

[1] 马宗权,董维芳,张思益. 双曲线卫星无源定位系统分析[J]. 中国空间科学技术,1983(2):22-27,8.
[2] 孟天次,张贞凯,林云航. 一种改进两步加权最小二乘的TDOA定位算法[J]. 电讯技术,2022,62(6):782-787.
[3] 孙婧齐,郑正奇. 基于TOA的室内伪卫星定位系统[C]//第3届中国卫星导航学术年会论文集——S09组合导航与导航新方法. 广州:中国卫星导航学术年会组委会,2012:134-137.
[4] LIANG K Q, HUANG Z, HE J Z. A passive localization method of single satellite using TOA sequence [C]//2016 2nd IEEE International Conference on Computer and Communications (ICCC). Chengdu: IEEE, 2016: 1795-1798.

[5] 陈辉. 基于TDOA的无线传感器网络时钟同步与定位技术研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2015.
[6] 吴玲,刘忠,卢发兴. 全局收敛高斯-牛顿法解非线性最小二乘定位问题[J]. 火控雷达技术,2003,32(1):75-80.
[7] 谢良波,刘西西,王勇,等. 基于RFID载波相位的室内EKF定位算法[J]. 通信学报,2022,43(3):124-134.
[8] XIE L B, LIU X X, TIAN Z S, et al. A phase-based indoor localization algorithm using EKF for passive RFID tags [C]//2021 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference (APMC). Brisbane, Australia: IEEE, 2021: 130-132.
[9] 李春华,蔡成林,邓克群,等. 一种北斗伪距单点定位的加权最小二乘(WLS)快速算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2014,26(4):466-472.
[10] 付小辉. 基于载波相位的RFID定位关键技术研究[D]. 重庆:重庆邮电大学,2020.
[11] 李强,梁文洁,张国云,等. 多站扩频测距下的卫星定位GDOP分析[J]. 现代导航,2018,9(5):321-326.
[12] 王帅帅,贾学东,陈国军,等. 声波室内定位系统中基站几何布局探究[J]. 导航定位学报,2020,8(2):12-17,35.
[13] 江峰,张贞凯. 基于泰勒加权最小二乘算法的水下TDOA/FDOA联合定位方法[J]. 信号处理,2021,37(11):2125-2133.
[14] 邓刚. 基于卫星仰角和GDOP的GPS选星算法[J]. 数字通信, 2010,37(2):47-50.
[15] 曹相,高成发. GPS精密单点定位中GDOP的选星处理[J]. 中国高新技术企业,2007(4):66-68.

作者简介:

刘西西,助理工程师,硕士,主要从事移动增值业务相关咨询设计工作;王哲,中国铁塔股份有限公司广东分公司副总经理,工程师,硕士,主要从事网络运营管理、移动网络规划建设、网络优化提质等工作;张千坤,工程师,硕士,主要从事移动增值业务相关咨询设计工作;陈任翔,高级工程师,学士,主要从事移动增值业务相关咨询设计工作;钟志刚,中讯邮电咨询设计院有限公司总工程师,教授级高级工程师,主要从事微波通信、卫星通信和移动通信领域的工程咨询、规划、设计和研究等工作。